

Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen als Brüche?

1. Auf das erste Besinnen scheint die Darstellung von Zeichenrelationen als Brüche, generell die Verwendung rationaler statt natürlicher Zahlen in der Semiotik, nicht viel mehr als Unsinn zu sein. Dennoch lohnt sich, wie im folgenden gezeigt wird, eine kurze Betrachtung.

2. Wir gehen aus von dem bekannten Gesetz

$$a/b = ab^{-1}$$

und erinnern uns, dass man mit Zeichen z.B. dadurch rechnen kann, dass man mit die kleine semiotische Matrix als Cayleysche Gruppentafel auffasst (Bense 1986, S. 43). Wie man leicht zeigt (vgl. Toth 2006, S. 37 ff.), gelten dann die Gruppengesetze für Zeichen:

3.1.2. Die Gruppe (PZ, \circ_2)

(PZ, \circ_2) wurde bereits von Bogarín (1992) als Gruppe nachgewiesen, nachdem Bense kurz darauf hingewiesen hatte, dass "die kleine semiotische Matrix [...] der Cayleyschen Gruppentafel entspricht" (1986, S. 43).

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_2 1 = 3; 1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1; 1 \circ_2 3 = 3 \circ_2 1 = 2; 2 \circ_2 2 = 2; 2 \circ_2 3 = 3 \circ_2 2 = 3; 3 \circ_2 3 = 1.$

2. Assoziativität: $1 \circ_2 (2 \circ_2 3) = (1 \circ_2 2) \circ_2 3 = 2; 2 \circ_2 (3 \circ_2 2) = (2 \circ_2 3) \circ_2 2 = 3, 3 \circ_2 (3 \circ_2 1) = (3 \circ_2 3) \circ_2 1 = 3,$ usw.

3. Einselement: $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1; 2 \circ_2 2 = 2; 3 \circ_2 2 = 2 \circ_2 3 = 3,$ d.h. $e = 2.$

4. Inverses Element: $1^{-1} = 3,$ denn $1 \circ_2 3 = 2; 2^{-1} = 2 = \text{const.}, 3^{-1} = 1,$ denn $3 \circ_2 1 = 2.$

3. Wir wollen nun die Gültigkeit des obigen Gesetzes, das die Gleichzeit der Multiplikation mit einem Nenner mit der Multiplikation mit der Konversen einer Zahl behauptet, auf die Primzeichen anwenden. Wir gehen von der Definition des Zeichens als $PZ = (a, b, c)$ mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ aus:

a	b	a/b	=/≠	ab ⁻¹
1	2	1/2	=	1/2
1	3	1/3	≠	1/1
2	3	2/3	≠	2/1

1 _i	1 _j	1/1	≠	1/3
2 _i	2 _j	2·2	=	2/2
3 _i	3 _j	3/3	≠	3/1

a	b	a/b	=/≠	ab ⁻¹
2	1	2/1	≠	2/3
3	1	3/1	≠	3/3
3	2	3/2	=	3/2

1 _j	1 _i	1/1	≠	3/1
1 _j	1 _i	1/1	≠	2/2
1 _{j_i}	1 _i	1/1	≠	1/3

Wie man also sofort erkennt, gibt es Gleichheit nur in jenen Fällen, wo die Zweitheit als Nenner auftaucht. Hervorzuheben sind jene Fälle, wo $(x \cdot x) \neq (x \cdot x)$ ist, d.h. wo zwischen der Position von Primzeichen unterschieden werden muss (Links- und Rechtsklassen). Die Verwendung von Brüchen innerhalb der Semiotik ist also alles andere als sinnlos, nur ist das Gesetz $a/b = ab^{-1}$ auf den Spezialfall $b = 2$ beschränkt, d.h. für die Primzeichen 1 und 3 gilt, dass ihre Verwendung als Nenner nicht mit ihren Konversen übereinstimmt.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten Baden_Baden 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

6.4.2011